



EL
**RAZONAMIENTO
LÓGICO**

EN EL LENGUAJE SIMBÓLICO
Y EN EL LENGUAJE NATURAL



George, Kemel

EL razonamiento lógico en el lenguaje simbólico y en el lenguaje natural / Kemel George. -- 1a. ed. --
Santa Marta : Universidad del Magdalena, 2020.

380 p. – (Ciencias naturales. Matemáticas)

Incluye datos del autor. -- Contiene bibliografía.

ISBN 978-958-746-257-9 -- 978-958-746-258-6 (pdf) -- 978-958-746-259-3 (epub)

1. Lógica simbólica y matemática 2. Razonamiento I. Título II. Serie

CDD: 511.3 ed. 23

CO-BoBN- a1055769

Primera edición, marzo de 2020

© UNIVERSIDAD DEL MAGDALENA

Editorial Unimagdalena

Carrera 32 No. 22 - 08

Edificio Mar Caribe, primer piso

(57 - 5) 4381000 Ext. 1888

Santa Marta D.T.C.H. - Colombia

editorial@unimagdalena.edu.co

<https://editorial.unimagdalena.edu.co>

Colección Ciencias Naturales, serie: Matemáticas

Rector: Pablo Vera Salazar

Vicerrector de Investigación: Ernesto Amarú Galvis Lista

Coordinador de Publicaciones y Fomento Editorial: Jorge Enrique Elías-Caro

Diseño editorial: Luis Felipe Márquez Lora

Diagramación: Eduard Hernández Rodríguez

Diseño de portada: Andrés Felipe Moreno Toro

Imagen portada: Punta Gallinas, Alta Guajira. Fotografía tomada por Camilo José George Jimeno.

Corrección de estilo: Yimmy Restrepo

Santa Marta, Colombia, 2020

ISBN: 978-958-746-257-9 (impreso)

ISBN: 978-958-746-258-6 (pdf)

ISBN: 978-958-746-259-3 (epub)

DOI: 10.21676/9789587462579

Impreso y hecho en Colombia - Printed and made in Colombia

Xpress Estudio Gráfico y Digital S.A.S. - Xpress Kimpres (Bogotá)

El contenido de esta obra está protegido por las leyes y tratados internacionales en materia de Derecho de Autor. Queda prohibida su reproducción total o parcial por cualquier medio impreso o digital conocido o por conocer. Queda prohibida la comunicación pública por cualquier medio, inclusive a través de redes digitales, sin contar con la previa y expresa autorización de la Universidad del Magdalena.

Las opiniones expresadas en esta obra son responsabilidad del autor y no compromete al pensamiento institucional de la Universidad del Magdalena, ni genera responsabilidad frente a terceros.

EL
RAZONAMIENTO
LÓGICO

EN EL LENGUAJE SIMBÓLICO
Y EN EL LENGUAJE NATURAL

Kemel George

Colección Ciencias Naturales
Serie: Matemáticas

*Camilo, Tota, Camilo José, Kemel Amadeus, Victoria.
Este es el modo de expresarles mi amor.*

Contenido

Presentación	17
Capítulo 1	
El lenguaje natural.....	21
El lenguaje natural.....	21
Las palabras y las cosas	23
Significado de la palabra.....	25
Lenguaje y pensamiento	26
La palabra del año	27
Nacimiento y extinción de las palabras	28
Concepto y objeto.....	29
Concepto y conocimiento	33
Formación del concepto	34
Extensión y comprensión del concepto	34
Descubrimiento o invención.....	36
Concepto y símbolos.....	37
Número, nombre, posición y orden	39
Verdad, correspondencia y hecho	41
El mundo de las formas matemáticas	45
¿Lo falso y lo verdadero tienen el mismo valor?	48
Los futuros contingentes	48
Enunciado y proposición.....	50
Capítulo 2	
El silogismo categórico.....	53
El razonamiento lógico, según Aristóteles	53

El juicio categórico	54
Deducción y prueba	58
Modelación del concepto	59
Modelación del juicio categórico.....	60
El silogismo	63
Figuras del silogismo	64
Cálculo de los silogismos válidos.....	65
Conversión y reducción de las figuras	72
Los versos eufónicos de Pedro Hispano	74
Remontar el silogismo	74

Capítulo 3

Los símbolos lógicos..... 79

El universo del discurso.....	79
Signo y símbolo	81
Lenguajes artificiales	82
Símbolos para un contexto.....	84
Origen de los conectivos lógicos	85
Las formas lógicas	87
El valor de verdad.....	89
La forma conjuntiva.....	91
La forma disyuntiva	93
La negación	95
La doble negación	97
La forma condicional.....	99
La tabla de verdad	101

Capítulo 4

El sistema de deducción natural 105

El sistema de deducción natural.....	105
Letras proposicionales	108
Reglas de inferencia.....	109
Introducción y eliminación de conectivos.....	110

Introducción de la conjunción.....	111
Introducción de la disyunción	113
Introducción del condicional.....	114
Introducción de la negación	115
Eliminación de la conjunción	116
Eliminación de la disyunción	117
Eliminación del condicional - <i>Modus ponens</i>	118
Eliminación de la negación	118
Dilema constructivo.....	120
Regla pseudo Scoto	120

Capítulo 5

El procedimiento deductivo.....	123
Deducción y prueba	126
El sentido de la doble negación	128
El silogismo disyuntivo.....	128
Necesidad y suficiencia.....	130
El silogismo hipotético	131
La ley distributiva	132
El teorema.....	133
Generación de teoremas	134
Equivalencia lógica.....	137
La economía del teorema	137
Equivalencia entre conectivos.....	142
Tertium non datur	143
Leyes de Morgan.....	144

Capítulo 6

La interpretación en contexto	151
Asignación del valor lógico	153
La conservación de la verdad.....	154
Las tablas de valores	158

Tautologías	159
Contradicción	159
Equivalencia de formas lógicas.....	160
Solidez del teorema	161
Combinatoria de valores	163
Lógica de tres valores.....	164
Los conectivos de Peirce.....	167
Conectivos en exceso	169
El conectivo de Sheffer.....	170
La función proposicional.....	171
La consecuencia lógica	174
Capítulo 7	
El sistema axiomático.....	179
Axiomas de Frege	180
Axiomas de Russell y Post.....	182
Axiomas de Novikov.....	184
Teorema de la deducción.....	187
Capítulo 8	
El lenguaje de las cosas.....	193
Lenguajes de primer orden	193
Constantes, variables, relaciones y funciones	196
Letras de constantes.....	197
Letras de variables.....	197
Letras de relaciones.....	198
Letras de funciones	199
Conectivos lógicos	200
El lenguaje de un vecindario.....	201
El lenguaje de otro vecindario	203
El lenguaje del futbol	204
El lenguaje de los números naturales	207
Cuantificador universal y existencial.....	208

Origen y uso de los cuantificadores	209
La forma lógica en el lenguaje	210
Variables libres y variables ligadas	213
Proposiciones del lenguaje	215
Propiedad, condición o dependencia	217
Sustituciones de términos en formas lógicas	218
Introducción y eliminación de cuantificadores.....	220
Introducción y eliminación del cuantificador universal	220
Introducción y eliminación del cuantificador existencial.....	221
Generalización y especificación de \forall y \exists	221
Procedimiento deductivo con cuantificadores	224
Negaciones de los cuantificadores.....	227
El silogismo revisitado.....	230

Capítulo 9

El lenguaje de los conjuntos	237
Introducción a los conjuntos	237
Conjunto y propiedad.....	239
Lógica y conjunto	241
Operaciones entre conjuntos	242
Propiedad distributiva	243
El conjunto del condicional	244
El conjunto vacío es único.....	245
Relación y función.....	245
La teoría axiomática de conjuntos ZFC.....	248
Cantor, fundador de la teoría.....	250
Zermelo y los axiomas ZFC	251
La paradoja de Russell	252
Pertenencia.....	253
Intersección y unión de conjuntos.....	253
Conjuntos entre llaves	254
La negación	254

El conjunto vacío.....	254
Subconjunto	255
Axiomas de Zermelo-Fraenkel	255
Axioma de Extensión.....	257
Axioma del conjunto vacío	260
Axioma de Separación.....	261
Axioma de pares	264
Axioma de la unión.....	265
Axioma del conjunto de partes.....	266
Axioma de Regularidad.....	266
Axioma del conjunto infinito.....	268
Axioma de reemplazo	269
Axioma de elección	269
El Lema de Zorn	271
Modelo de teoría de conjuntos	271
Versiones débiles del axioma de elección.....	272
Independencia y consistencia	273

Capítulo 10

Teoría de números.....	277
¿Que es una teoría?	277
Axiomas como teoremas	279
La identidad en el lenguaje.....	279
El orden como teoría	281
Interpretación de la teoría.....	282
Monoides.....	284
Teorías de los números naturales	285
Las ideas de Peano.....	288
Axiomas de la aritmética	290
El razonamiento aritmético	292
Asociatividad y conmutatividad.....	294
Propiedad cancelativa	297
Orden numérico	299
Teoría de Grupos.....	302

Anillos conmutativos.....	305
Anillos con divisores de cero.....	309
El anillo de los números enteros.....	310
Orden en los números enteros.....	315
El campo de los números racionales.....	318
Densidad de los números racionales	322
Números como conjuntos.....	323
Inducción matemática	324
Capítulo 11	
La lógica del razonamiento cotidiano	327
El condicional en el aula de clases.....	328
La implicación estricta.....	334
Ideas representadas en símbolos	336
Las primeras reglas de inferencia	338
La lógica jurídica	341
El isomorfismo natural	344
Preservación de las reglas de inferencia.....	347
Entrelazamiento de lenguajes	350
La implicación natural	352
Premisas ocultas en el proceso deductivo.....	353
Resumen del problema planteado.....	356
Ejemplo 1.....	356
Ejemplo 2.....	357
Ejemplo 3.....	358
Estudios de casos.....	359
Palabras finales	360
Epílogo.....	367
i. Una prueba inconclusa.....	367
ii. Irracionalidad de la raíz cuadrada de 2.....	369
iii. Uso correcto del condicional.....	370
Bibliografía.....	373